Materiallar to'plami · Conference Proceedings
"ZAMONAVIY TADQIQOTLAR VA BARQAROR RIVOJLANISH" respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi
04 August 2026
UDK 51
ANIQ FANLAR

TASHQI TURBULENT MUHIT VA SHAMOL XALAQITLARI SHAROITIDA UUA BOSHQARUV PARAMETRLARINING BARQARORLIK CHEGARALARINI BAHOLASH

Abdumalik Inomjon o'g'li Abdusalomov*
O'zbekiston milliy universiteti mustaqil izlanuvchisi
✉ abdusalomov.nuu.uz@gmail.com

ANNOTATSIYA

Mazkur maqolada tashqi turbulent muhit va kuchli shamol xalaqitlari sharoitida uchuvchisiz uchish apparatlari (UUA) dinamik boshqaruv parametrlarining barqarorlik chegaralarini baholash metodologiyasi tadqiq etilgan. Past balandlikdagi turbulentlik muhitini modellashtirish maqsadida xalqaro standart hisoblangan Drayden (Dryden) stoxastik modeli qo'llanilgan hamda Viner-Xinchin teoremasi asosida oqimning spektral quvvat zichligi va Laplas sohasidagi shakllantiruvchi filtri keltirib chiqarilgan. Tizimning asimptotik turg'unligini baholash uchun Lyapunovning to'g'ridan-to'g'ri usuli va Rikkati algebraik tenglamasi (ARE) sintez qilingan. Maqolada UUA xususiy so'nishining xususiyati hamda tashqi stoxastik jarayon kiritadigan kinetik energiya o'rtasidagi robust barqarorlik chegarasini ifodalovchi yakuniy fundamental energetik tengsizlik isbotlangan.

Kalit so'zlar

Drayden turbulentlik modeli, Viner-Xinchin teoremasi, spektral quvvat zichligi, Lyapunov funksiyasi, Rikkati algebraik tenglamasi, Chiziqli matritsaviy tengsizliklar, robust barqarorlik, so'nish effekti.

DOI: 10.5281/zenodo.21743457

KIRISH

Muvozanatlashgan harakat trayektoriyasini sintez qilishda tashqi atmosferaning dinamik ta'sirlarini, xususan, doimiy shamol va qisqa muddatli turbulent fluktuatsiyalarni (shovqinlarni) hisobga olish tizimning turg'unligi va dinamik barqarorligini ta'minlashning zaruriy sharti hisoblanadi. Past balandliklardagi parvozlarda (yer sirtidan 0 - 3000 m gacha) shamol xalaqitlari deterministik (o'rtacha tezlik profili) va stoxastik (turbulentlik) komponentlarning superpozitsiyasi ko'rinishida namoyon bo'ladi.

Aerodinamik hisob-kitoblarda UUAga ta'sir etuvchi umumiy havo oqimi ikki xil tabiatga ega bo'lgan komponentlarning yig'indisi sifatida qaraladi. Deterministik global oqim hamda tasodifiy fluktuatsiyalar o'zaro chiziqli bog'lanmagan (mustaqil) deb olinib, vektorlar yig'indisi shaklida yoziladi:

$$\overrightarrow{v_w} = \overrightarrow{v_{w,s}} + \overrightarrow{v_{w,t}} \tag{1}$$

Bu yerda $\overrightarrow{v_{w,s}}$ komponenti balandlik profiliga ko'ra sekin o'zgaruvchi (statsionar) shamol oqimi bo'lsa, stoxastik turbulentlik komponenti $\overrightarrow{v_{w,t}}$ vaqt bo'yicha o'rtacha qiymati nolga teng bo'lgan ($E\left[\overrightarrow{v_{w,t}}\right] = 0$) tasodifiy jarayon sifatida Nyuton mexanikasi fazosida qo'shiladi. [8, B. 63-78]

Past balandlikdagi turbulentlikni modellashtirish uchun xalqaro standartlarda keng qo'llaniladigan Drayden turbulentlik modeli spektral zichlik funksiyalaridan foydalaniladi. Stoxastik gidrodinamikada turbulent oqimlar statistik tabiati bo'yicha statsionar ergodik tasodifiy jarayon deb hisoblanadi. Korrelatsiya nazariyasiga ko'ra, vertikal oqim uyurmali harakatning vaqt bo'yicha o'zaro bog'liqligini ifodalovchi avtokorrelatsiya funksiyasi ($R_{ww}(\tau)$) eksperimental ma'lumotlarga asosan eksponent va chiziqli ko'paytma ko'rinishida

approksimatsiyalanadi: [7, B. 412-425]

$$R_{ww}(\tau) = \sigma_{\omega}^2 \bullet e^{-\frac{v}{L_w}|\tau|} \bullet \left(1 - \frac{v}{2L_w}|\tau|\right) \quad (2)$$

Tasodifiy jarayonning spektral quvvat zichligi funksiyasi ($S_w(\omega)$) bo‘lib, uni topish uchun ***Viner-Xinchin teoremasiga*** muvofiq, avtokorrelatsiya funksiyasidan Furye almashtirishi olamiz:

$$S_w(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ww}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3)$$

Eksponentli ifodani Furye integrali ostiga qo‘yib, simmetriklik xossasidan foydalangan holda integral quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$S_w(\omega) = 2\sigma_w^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{v}{L_w}|\tau|} \bullet \left(1 - \frac{v}{2L_w}|\tau|\right) cos(\omega\tau) d\tau \quad (4)$$

Ushbu integralni bo‘laklab integrallash ($u = 1 - \frac{v}{2L_w}\tau \;\; va \;\; dv = e^{-\frac{v}{L_w}\tau} cos(\omega\tau) d\tau$) hamda algebraik soddalashtirish amallaridan so‘ng, Drayden modelining standart vertikal spektri hosil bo‘ladi: [1, B. 245-263]

$$S_w(\omega) = \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi v} \frac{1 + 3\left(\frac{L_w \omega}{v}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{L_w \omega}{v}\right)^2\right]^2} \quad (5)$$

Ushbu tenglamada:

$S_w(\omega)$ – vertikal turbulentlik oqimining spektral quvvat zichligi;

σ_w – turbulentlik intensivligi (havo oqimining o‘rtacha kvadratik og‘ishi, kvadrat metr bo‘yicha shamol tezligi tebranishi);

L_w –vertikal oqim uyurmali tuzilmalarining o‘rtacha diametri;

v – UUA ning havoga nisbatan chiziqli tezligi;

ω – fluktuatsiyalarning burchak chastotasi.

Drayden modelini avtopilot kompyuterida stoxastik differensial tenglama ko‘rinishida modellashtirish uchun spektral zichlik funksiyasi chiziqli tizimlar nazariyasiga ko‘ra spektral faktorizatsiya qilinadi. Quyidagi tebranish munosabatiga asosan:

$$S_w(\omega) = H_w(j\omega) \bullet H_w(-j\omega) \bullet S_{oq} \quad (6)$$

Bu yerda birlik quvvatga ega oq shovqin spektral zichligi $S_{oq} = 1$ deb olinadi. Integral chastotali $S_w(\omega)$ ifodasini uning kompleks maxraj va surat ko‘paytuvchilariga ajratamiz:

$$S_w(\omega) = \sigma_{\omega}^2 \frac{L_w}{\pi v} \bullet \frac{\left(1 + \sqrt{3}\frac{L_w}{v} j\omega\right)\left(1 - \sqrt{3}\frac{L_w}{v} j\omega\right)}{\left(1 + \frac{L_w}{v} j\omega\right)^2 \left(1 - \frac{L_w}{v} j\omega\right)^2} \quad (7)$$

Tizimning dinamik barqarorligini (tasodifiy signal generatorining fizik realizatsiyasini) ta’minlash uchun faqat kompleks tekislikning chap yarim tekisligida joylashgan, ya’ni maxraji turg‘un bo‘lgan musbat chastotali ko‘paytuvchi ($H_w(j\omega)$) ajratib olamiz: [4, B. 35-42]

$$H_w(j\omega) = \sigma_{\omega} \sqrt{\frac{L_w}{\pi v}} \frac{1 + \sqrt{3}\frac{L_w}{v} j\omega}{\left(1 + \frac{L_w}{v} j\omega\right)^2} \quad (8)$$

Boshqaruv muhandisligida qo‘llaniladigan Laplas almashtirishiga o‘tish uchun kompleks chastota operatori $j\omega$ o‘rniga Laplas operatorini $s(s = j\omega)$ kiritamiz. Natijada stoxastik signallarni generatorlovchi filtrning yakuniy fundamental o‘tish funksiyasi hosil bo‘ladi:

$$H_w(s) = \sigma_{\omega} \sqrt{\frac{L_w}{\pi v}} \frac{1 + \sqrt{3}\frac{L_w}{v} s}{\left(1 + \frac{L_w}{v} s\right)^2} \quad (9)$$

s – Laplas operatori bo‘lib, mazkur o‘tish funksiyasi oq shovqindan kelayotgan stoxastik impulslarni real atmosfera turbulentligining fizik modeliga aylantirib beradi.

UUA ning bo‘ylama kalta davrli harakati dinamikasi chiziqli bo‘lmagan differensial tenglamalar sistemasi orqali ifodalanadi. Muvozanatlashgan (tayanch) parvoz rejimi atrofida dinamikani tahlil qilish uchun o‘zgaruvchilar statsionar qiymat (X_0, U_0) hamda kichik og‘ishlar $(\Delta X,\ \Delta U)$ yig‘indisi ko‘rinishida yoziladi:

$$X = X_0 + \Delta X, \quad U = U_0 + \Delta U$$

Bu yerda holat vektori $X = [\alpha, v, \omega_z]^T$ va boshqaruv vektori $U = [\delta_e, \delta_t]^T$ dir. Tizimning chiziqli bo‘lmagan $\dot{X} = f(X, U, v_{w,t})$ funksiyasi Taylor qatoriga yoyilib, faqat birinchi tartibli hosilalarini olamiz: [5, B. 189-204]

$$\dot{X}_0 + \Delta\dot{X} \approx f(X_0, U_0, 0) + \left.\frac{\partial f}{\partial X}\right|_0 \Delta X + \left.\frac{\partial f}{\partial U}\right|_0 \Delta U + \left.\frac{\partial f}{\partial v_{w,t}}\right|_0 v_{w,t} \tag{10}$$

Muvozanat holatida $\dot{X}_0 = f(X_0, U_0, 0) = 0$ ekanligini hisobga olsak, xususiy hosilalar orqali Yakobi matritsalari (tizim koeffitsiyentlari) quyidagicha aniqlanadi:

$$A = \left.\frac{\partial f}{\partial X}\right|_0, \quad B = \left.\frac{\partial f}{\partial U}\right|_0, \quad E = \left.\frac{\partial f}{\partial v_{w,t}}\right|_0 \tag{11}$$

Natijada chiziqlilashtirilgan holatlar tenglamasi hosil bo‘ladi:

$$\Delta\dot{X} = A\Delta X + B\Delta U + Ev_{w,t} \tag{12}$$

Bu yerda:

$\Delta X = [\Delta\alpha,\ \Delta v,\ \Delta\omega_z]^T$ – holat vektori (joriy hujum burchagi, tangaj burchagi va tangaj bo‘yicha burchak tezligining muvozanat holatidan og‘ishlari);

$\Delta U = [\Delta\delta_e, \Delta\delta_t\ ]^T$ – boshqaruv impulslari vektori (balandlik ruli og‘ishi va tortish kuchi o‘zgarishi);

A, B, E – tizimning aerodinamik va kinematik koeffitsiyentlaridan tashkil topgan Yakobi matritsalari.

Tizimning statsionar barqarorligini baholash uchun uning xususiy va tashqi ta’sir ostidagi energiyasini ifodalovchi musbat aniqlangan kvadratik Lyapunov funksiyasini tanlaymiz: [2, B. 112-128]

$$v(X) = \Delta X^T P \Delta X \tag{13}$$

Ushbu funksiyaning vaqt bo‘yicha to‘liq hosilasi ko‘paytmaning hosilasi olish qoidasiga ko‘ra hisoblanadi:

$$\dot{v}(X) = \Delta\dot{X}^T P\Delta X + \Delta X^T P\Delta\dot{X} \tag{14}$$

Endi $\Delta\dot{X}$ o‘rniga uning yuqoridagi tenglamasini (yopiq zanjirli tizim tahlili uchun boshqaruv qonuniyati A matritsasi ichiga inkorporatsiya qilingan yoki $\Delta U = 0$ bo‘lgan erkin stoxastik holat deb qarab) qo‘yamiz:

$$\dot{v}(X) = (A\Delta X + Ev_{w,t})^T P\Delta X + \Delta X^T P(A\Delta X + Ev_{w,t}) \tag{15}$$

Transponirlash qoidasiga ko‘ra qavslarni ochib chiqish orqali soddalashtiramiz:

$$\dot{v}(X) = \Delta X^T A^T P\Delta X + {v_{w,t}}^T E^T P\Delta X + \Delta X^T PA\Delta X + \Delta X^T PEv_{w,t} \tag{16}$$

Matrisaviy skalyar ko‘paytmalarda ${v_{w,t}}^T E^T P\Delta X$ hadining transponirlangani $\Delta X^T PEv_{w,t}$ ga teng (chunki natija skalyar miqdordir, ya’ni $a = a^T$).

$$\dot{v}(X) = \Delta X^T \left(A^T P + PA\right)\Delta X + 2\Delta X^T PEv_{w,t} \tag{17}$$

Tizimning tashqi turbulent xalaqitlar sharoitida asimptotik barqarorligini kafolatlash uchun Lyapunov hosilasi har doim manfiy bo‘lishi shart ($\dot{v}(X) < 0$). Matematik jihatdan tizimga ta’sir etuvchi chekli energiyali stoxastik

shovqin $v_{w,t}$ va holat xatoliklari Q o‘rtasidagi munosabatni baholash uchun quyidagi funksional minimal bo‘lishi kerak:

$$\dot{v}(X) + \Delta X^T Q \Delta X - {v_{w,t}}^T R v_{w,t} \leq 0 \quad (18)$$

Q va R musbat aniqlangan vazn matritsalaridir. Ushbu shartga Lyapunov hosilasining to‘liq ifodasini keltirib qo‘yamiz:

$$\Delta X^T \left(A^T P + PA\right) \Delta X + 2\Delta X^T P E v_{w,t} + \Delta X^T Q \Delta X - {v_{w,t}}^T R v_{w,t} \leq 0 \quad (19)$$

Ushbu (19) kvadratik shaklni $v_{w,t}$ ga nisbatan to‘liq kvadratga keltiramiz. Buning uchun ifodaga $-\Delta X^T P E R^{-1} E^T P \Delta X$ hadini qo‘shib ayiramiz:

$$\Delta X^T \left(A^T P + PA + Q + PER^{-1}E^T P\right) \Delta X - ({v_{w,t}}^T R v_{w,t} - 2\Delta X^T P E v_{w,t} + \Delta X^T P E R^{-1} E^T P \Delta X) \leq 0 \quad (20)$$

Qavs ichidagi ikkinchi qism to‘liq kvadrat ko‘rinishiga keladi:

$$\left(v_{w,t} - R^{-1}E^T P \Delta X\right)^T R (v_{w,t} - R^{-1}E^T P \Delta X) \quad (21)$$

Ushbu had $R > 0$ bo‘lgani uchun har doim musbat yoki nolga tengdir. Stoxastik xalaqitlarda (ya’ni $v_{w,t} = R^{-1}E^T P \Delta X$ bo‘lganda) bu to‘liq kvadrat nolga aylanadi va maksimal xavf tug‘diradi. Tizim bunday holatda ham barqaror bo‘lib qolishi uchun qolgan matrisaviy qism nolga tenglashtirilishi zarur: [3, B. 52-68]

$$A^T P + PA + Q + PER^{-1}E^T P = 0 \quad (22)$$

Tashqi $v_{w,t}$ turbulent oqimining maksimal energiyali holatida ham barqarorlik buzilmasligi uchun, Lyapunov funksiyasining hosilasi quyidagi (22) Rikkati algebraik tenglamasi ko‘rinishidagi cheklov shartiga keltirildi.

Tenglamaning tarkibiy qismlari:

$A^T P + PA$ – UUA ning tashqi xalaqitlarsiz, o‘zining xususiy dinamikasi hisobiga barqarorlashishi;

$PER^{-1}E^T P$ – tashqi turbulent ta’sirlar (E) va chiziqli shovqin intensivligi (R) matritsalarining tizim energiyasiga salbiy destabilizatsiya qiluvchi ta’siri ($R > 0$ – shovqinning kovariatsiya matritsasi);

Q – holat vektorining og‘ishlariga qo‘yiladigan musbat aniqlangan vazn matritsasi ($Q = Q^T > 0$).

Chiziqli operatorlar uchun ushbu tenglamaning energetik yuqori chegarasi kvadratik shakllar va Lyapunov matritsasining maksimal xos qiymati $\lambda_{\max}(P)$ orqali baholanadi: [6, B. 271-285]

$$\left\|A^T P + PA\right\| \leq \left\|PER^{-1}E^T P\right\| + \|Q\| \quad (23)$$

Agar tizim o‘zining xususiy so‘nish xususiyati hisobiga tashqi stoxastik energiyani yuta olishi shart bo‘lsa, uning xususiy dinamika barqarorligi (A matritsasi tarkibidagi tiklovchi momentlar) tashqi turbulent shovqin beradigan maksimal energiyadan katta bo‘lishi kerak. Robust boshqaruv nazariyasida (ayniqsa, H_∞ normalari va Parseval tengligi qo‘llanilganda) statsionar turbulentlikning kinetik energiyasi uning kvadratik normasi $\left\|Ev_{w,t}\right\|^2$ (ya’ni oqimning o‘rtacha kvadratik quvvati) orqali o‘lchanadi. UUA kritik burchakka (α_{kr}) yaqinlashganda, holat og‘ishi va shovqin amplitudasi o‘zaro rezonans holatiga keladi ($\|\Delta X\| \approx \left\|Ev_{w,t}\right\|^{-1}$ kritik munosabati orqali). Ushbu kritik energetik o‘tish hisobga olinsa, tizimning asimptotik robustlik chegarasini belgilovchi yakuniy fundamental energetik tengsizlik quyidagicha ifodalanadi:

$$\|A_{stab}\| > \left\|Ev_{w,t}\right\|^2 \bullet \lambda_{\max}(P) \quad (24)$$

UUA turbulent havo oqimida ag‘darilib ketmasligi va muvozanatni saqlab qolishi uchun, uning aerodinamik va dasturiy so‘ndirish quvvati ($\|A_{stab}\|$), tashqi turbulentlik kiritadigan kinetik energiyaning ($\left\|Ev_{w,t}\right\|^2$) tizim sezgirligiga ($\lambda_{\max}(P)$) ko‘paytmasidan har doim qat’iy katta bo‘lishi kerak. Aks holda, tizimda cheksiz tebranishlar (divergensiya) boshlanadi va UUA boshqaruvni yo‘qotadi.

XULOSA

Tadqiqot doirasida past balandlikda parvoz qilayotgan UUA dinamikasiga atmosfera turbulentligining stoxastik ta’siri matematik tahlil qilindi. Drayden spektral zichlik modelini stoxastik differensial shakllantiruvchi filtr ko‘rinishiga keltirish orqali bort avtopiloti uchun realizatsiya qilish imkoniyati yaratildi. Lyapunovning to‘g‘ridan-to‘g‘ri usuli va stoxastik Rikkati algebraik tenglamasi yordamida sintez qilingan tahlillar shuni ko‘rsatdiki, tashqi muhit g‘alayonlari ostida tizimning barqarorligi faqatgina apparatning xususiy aerodinamik damping koeffitsiyentlariga emas, balki boshqaruv tizimining parametrik sezgirligi ($\lambda_{\max}(P)$) va tashqi shovqinning kovariatsiyasiga ham to‘g‘ridan-to‘g‘ri bog‘liqdir. Keltirib chiqarilgan robust barqarorlik chegarasi $\|A_{stab}\| > \|v_{w,t}\|^2 \bullet \lambda_{\max}(P)$ shamol xalaqitlari sharoitida avtopilotning adaptiv cheklovchi sirtlarini hisoblash uchun dasturiy asos bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Etkin, B., Reid, L. D. (1996). Dynamics of Flight: Stability and Control (3rd ed.). John Wiley & Sons, pp. 245-263.
2. Khalil, H. K. (2002). Nonlinear Systems (3rd ed.). Prentice Hall, pp. 112-128.
3. Anderson, B. D. O., Moore, J. B. (2007). Optimal Control: Linear Quadratic Methods. Dover Publications, pp. 52-68.
4. MIL-F-8785C. (1980). Military Specification: Flying Qualities of Piloted Airplanes. Department of Defense, pp. 35-42.
5. Stevens, B. L., Lewis, F. L., Johnson, E. N. (2015). Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems (3rd ed.). John Wiley & Sons, pp. 189-204.
6. Zhou, K., Doyle, J. C., Glover, K. (1996). Robust and Optimal Control. Prentice Hall, pp. 271-285.
7. Papoulis, A., Pillai, S. U. (2002). Probability, Random Variables, and Stochastic Processes (4th ed.). McGraw-Hill, pp. 412-425.
8. Beard, R. W., McLain, T. W. (2012). Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice. Princeton University Press, pp. 63-78.