IKKI PARAMETRLI MITTAG–LEFFLER FUNKSIYASINING ASOSIY XOSSALARI VA KASR TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARDAGI QO‘LLANILISHI

Ne’matjonov Furqatjon Farhodjon o‘g‘li
Farg‘ona davlat texnika universiteti assistenti
fnematjonov31@gmail.com

Annotatsiya
Mazkur tezisda ikki parametrli Mittag–Leffler funksiyasining asosiy xossalari, uning analitik tavsifi hamda kasr tartibli differensial tenglamalar yechimlaridagi o‘rni o‘rganilgan. Shuningdek, funksiyaning Laplas almashtirishi yordamida olingan ayrim natijalar va amaliy qo‘llanilishlari keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *Mittag–Leffler funksiyasi, kasr tartibli hosila, Kaputo hosilasi, Laplas almashtirishi, differensial tenglama.*

KIRISH

So‘nggi yillarda kasr tartibli hisob va unga bog‘liq differensial tenglamalar matematik modellashtirishning muhim yo‘nalishlaridan biriga aylandi. Bunday tenglamalar fizikada, biologiyada, iqtisodiyotda hamda boshqaruv nazariyasida uchraydigan xotira effektlariga ega jarayonlarni tavsiflash imkonini beradi. Kasr tartibli differensial tenglamalar yechimlarini ifodalashda Mittag–Leffler funksiyasi muhim rol o‘ynaydi.

Mittag–Leffler funksiyasi birinchi marta shved matematigi Gösta Mittag-Leffler tomonidan kiritilgan bo‘lib, eksponensial funksiyaning umumlashmasi hisoblanadi. Ikki parametrli Mittag–Leffler funksiyasi quyidagi qator yordamida aniqlanadi:

$$E_{\alpha,\beta}(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{z^k}{\Gamma(\alpha k+\beta)}\ (\mathrm{Re}\,\alpha>0,\ \beta\in\square)$$

Bu yerda $\Gamma(\cdot)$ — Gamma funksiyasidir.

Asosiy natijalar

Ikki parametrli Mittag–Leffler funksiyasi butun kompleks tekislikda analitik funksiya bo‘lib, ko‘plab muhim xossalarga ega. Xususan, ($\alpha=\beta=1$) bo‘lganda

$$E_{1,1}(z)=e^z$$

munosabat o‘rinli bo‘ladi. Demak, Mittag–Leffler funksiyasi eksponensial funksiyaning tabiiy umumlashmasidir.

Kasr tartibli differensial tenglama

$$D_t^{\alpha}y(t)=\lambda y(t)$$

uchun boshlang‘ich shart ($y(0)=y_0$) berilgan bo‘lsa, uning yechimi

$y(t)=y_0E_{\alpha,1}(\lambda t^{\alpha})$

ko‘rinishda yoziladi.

Laplas almashtirish yordamida quyidagi formula olinadi:

$$L\left\{t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}\left(\lambda t^{\alpha}\right)\right\}=\frac{s^{\alpha-\beta}}{s^{\alpha}-\lambda}$$

Mazkur formula kasr tartibli differensial va integro-differensial tenglamalarni yechishda keng qo‘llaniladi.

Mittag–Leffler funksiyasi anomal diffuziya, relaksatsiya jarayonlari va viskoelastik muhitlarni modellashtirishda ham muhim ahamiyatga ega. Bunday modellarda klassik eksponensial qonuniyatlar o‘rnini Mittag–Leffler tipidagi funksiyalar egallaydi.

XULOSA

Ikki parametrli Mittag–Leffler funksiyasi kasr tartibli hisobning asosiy maxsus funksiyalaridan biri hisoblanadi. U eksponensial funksiyaning umumlashmasi sifatida kasr tartibli differensial tenglamalar yechimlarini ifodalashda muhim o‘rin tutadi. Olingan natijalar fizik va texnik jarayonlarni matematik modellashtirishda samarali qo‘llanilishi mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Gösta Mittag-Leffler. Sur la nouvelle fonction ($E_{\alpha}\left(z\right)$). *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 1903.
2. Rudolf Gorenflo, Anatoly A. Kilbas, Francesco Mainardi, Sergei V. Rogosin. *Mittag-Leffler Functions, Related Topics and Applications*. Springer, 2014.
3. Igor Podlubny. *Fractional Differential Equations*. Academic Press, 1999.
4. Kenneth S. Miller, Bertram Ross. *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*. Wiley, 1993.
5. Anatoly A. Kilbas, Hari M. Srivastava, Juan J. Trujillo. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Elsevier, 2006.
6. Erdeyli A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G.: Higher Transcendental Functions, vol. 1. McGrew Hill, New York (1953).