BESSEL OPERATORI QATNASHGAN ITERATSIYALANGAN ISSIQLIK TENGLAMALARINI TADQIQ ETISH

Raximova Sh.U.
Farg‘ona davlat universiteti, stajyor-tadqiqotchi, Farg‘ona, O‘zbekiston;
raximovashohsanam1993@gmail.com

Annotatsiya
Ushbu ishda Bessel operatori qatnashgan iteratsiyalangan issiqlik tenglamalari qaraladi. Erdeyi–Kober tipidagi almashtirish operatorlari yordamida singulyar operatorli tenglamalarni tadqiq etish usullari tahlil qilinadi. Bessel operatorli polikalorik tenglamalarning ayrim xossalari o‘rganilib, mazkur yondashuvning matematik fizika masalalaridagi ahamiyati ko‘rsatib beriladi.
Kalit so‘zlar: *Bessel operatori, iteratsiyalangan issiqlik tenglamasi, Erdeyi–Kober operatori, almashtirish operatori.*

Matematik fizikaning ko‘plab masalalarida singulyar differensial operatorlar qatnashgan xususiy hosilali differensial tenglamalar uchraydi. Bunday operatorlardan biri Bessel operatori bo‘lib, u radial simmetriyaga ega bo‘lgan jarayonlarni tavsiflashda muhim ahamiyatga ega [1]. Bessel operatori qatnashgan tenglamalar uchun Koshi va chegaraviy masalalar keng o‘rganilgan bo‘lsa-da, ularni tadqiq etish bilan bog‘liq qator masalalar dolzarbligicha qolmoqda [2], [3].

Masalaning qo‘yilishi. Ushbu ishda Bessel operatori qatnashgan iteratsiyalangan issiqlik tenglamasining $\Omega=\{(x,t): x>0, 0<t<T\}$ sohada quyidagi analogini qaraymiz:

$$L(u)\equiv\left(\frac{\partial}{\partial t}-B_\gamma\right)^2 u(x,t)+\lambda^2 u(x,t)=f(x,t),\ \ (x,t)\in\Omega \qquad (1)$$

bu yerda

$$B_\gamma=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{2\gamma+1}{x}\frac{\partial}{\partial x},\qquad \gamma>-\frac{1}{2}$$

$u(x,t)$ - noma’lum funksiya, $f(x,t)$ esa berilgan yetarlicha silliq funksiya, $\lambda\in$ □ .

Koshi masalasi. (1) tenglamaning

$$u(x,0)=\varphi(x), \qquad (2)$$

$$u_t(x,0)=\psi(x) \qquad (3)$$

boshlang‘ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin.

Tadqiqot usuli. Tenglamani tadqiq etishda Erdeyi–Kober tipidagi integral operatorlardan foydalaniladi. Mazkur operator quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$I_{\eta,\alpha} f(x) = \frac{2x^{-2(\alpha+\eta)}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x^2 - t^2)^{\alpha-1} t^{2\eta+1} f(t) dt \qquad (4)$$

Bu yerda $\Gamma(\alpha)$ -Gamma funksiyani bildiradi. Erdeyi–Kober operatorlari Bessel operatori qatnashgan differensial tenglamalarni tadqiq etishda muhim vosita bo‘lib xizmat qiladi [4],[5].

Almashtirish operatorlari usulining asosiy g‘oyasi

$$u(x,t) = I_{\eta,\alpha} U(x,t) \qquad (5)$$

ko‘rinishidagi almashtirishdan iborat. Bunda Bessel operatorli tenglama oddiy differensial operator qatnashgan tenglamaga keltiriladi va masalani klassik usullar yordamida tadqiq etish imkoniyati yuzaga keladi [2].

Bessel operatori qatnashgan iteratsiyalangan issiqlik tenglamalari polikalorik tenglamalarning muhim sinfini tashkil etadi. Erdeyi–Kober operatorlari yordamida bunday tenglamalarni tadqiq etish usullari ularning analitik xossalarini o‘rganishda qulay imkoniyatlar yaratadi. Almashtirish operatorlari singulyar differensial operatorlarning ta’sirini soddalashtirishga xizmat qiladi hamda masalani klassik differensial tenglamalar nazariyasi usullari yordamida o‘rganish imkonini beradi.

XULOSA

Bessel operatori qatnashgan iteratsiyalangan issiqlik tenglamalarini tadqiq etishda Erdeyi–Kober operatorlari samarali vosita hisoblanadi. Ushbu operatorlardan foydalanish singulyar differensial tenglamalarni soddaroq ko‘rinishga keltirish imkonini beradi va polikalorik tenglamalarni o‘rganishda muhim ahamiyat kasb etadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1] Karimov Sh.T. Analog of the Cauchy Problem for the Inhomogeneous Many-Dimensional Polycaloric Equation with Bessel Operator // Journal of Mathematical Sciences. – 2021. – Vol. 254, No. 6. – P. 703–717.

[2] Karimov Sh.T., Sitnik S.M. On Some Generalizations of the Properties of the Multidimensional Generalized Erdélyi–Kober Operator and Their Applications // Transmutation Operators and Applications. – Springer, 2020. – P. 85–115.

[3] Karimov Sh.T. On One Method for the Solution of an Analog of the Cauchy Problem for a Polycaloric Equation with Singular Bessel Operator // Ukrainian Mathematical Journal. – 2018. – Vol. 69, No. 10. – P. 1593–1606.

[4] Kabanikhin S.I. Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Applications. – Berlin: De Gruyter, 2011. – 459 p.

[5] Kilbas A.A., Saigo M. H-Transforms: Theory and Applications. – Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2004. – 389 p.

G‘ulomjanova Sevaraxon G‘ofurjon qizi

19 THE INVERSE-SOURCE PROBLEM FOR MIXED-TYPE EQUATIONS
Murolimova N.A. **99**

20 INVERSE COEFFICIENT PROBLEM FOR A DEGENERATE PARABOLIC EQUATION WITH THE BESSEL OPERATOR
Kodiraliev Asadbek **102**

21 A BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A COUPLED SECOND KIND DEGENERATE HYPERBOLIC EQUATIONS
Feruza Mamanazarova **106**

22 YUPQA PARDALAR TENZOQARSHILIGIGA TA'SIR ETUVCHI OMILLAR TAHLILI
To‘xtasinov Oybekjon Abduvahob o‘g‘li **110**

23 YARIMO‘TKAZGICHLAR VA IOT (INTERNET OF THINGS): RAQAMLI DUNYO TARMOG‘INING RIVOJI
To‘xtasinov Oybekjon Abduvahob o‘g‘li **113**

24 СВОЙСТВА СЛОЕВ НА ОСНОВЕ ОКСИДА МОЛИБДЕНА ДЛЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГАЗОВЫХ ДАТЧИКОВ
Д.М.Ташланова
А.И.Зокиров **115**

25 FARG‘ONA VODIYSI IQLIM SHAROITIDA QUYOSH PANELLARI ISHLASH SAMARADORLIGIGA TA'SIR ETUVCHI ASOSIY OMILLARNING KOMPLEKS TAHLILI
Axmedova Shalola Yunusali qizi
Kamolova Muhabbatxon Muhiddin qizi
Holmatova Ruhshona **119**

26 TOR TEBRANISH TENGLAMASI UCHUN INTEGRAL SHARTLI MASALA
Jo‘rayeva Dilnavoz Umidjon qizi **126**

27 BESSEL OPERATORI QATNASHGAN ITERATSIYALANGAN ISSIQLIK TENGLAMALARINI TADQIQ ETISH
Raximova Sh.U. **129**

28 KUCHSIZ-SINGULYAR INTEGRAL OPERATORLAR UCHUN SHARTLANGAN ITERATSION METODLARNI TADQIQ QILISH
Raximov Quvvatali Ortiqovich **131**